

数学建模思想融入矩阵教学的实践与思考

魏莹

(武汉职业技术学院 计算机与软件工程学院,湖北 武汉 430074)

摘要: 针对学生对矩阵乘法难以理解的问题,从实例出发引入矩阵乘法的定义,利用数学软件验证其正确性,用实例展示其应用价值。在矩阵教学中融于数学建模思想,通过实际——理论——实际的过程,帮助学生消除学习中的疑惑,突破难点。

关键词: 数学建模思想;矩阵乘法;教学实践

中图分类号: G642.4

文献标识码: A

文章编号: 1671-931X (2013) 02-0071-03

矩阵是研究线性代数的一个重要工具,矩阵及其运算在线性代数课程中有着重要的作用。在矩阵的运算中,矩阵的加法、减法,数与矩阵之积,都与实数或向量中相应的运算较为一致,容易接受,便于掌握。但是矩阵的乘法,则与学过的一般代数乘法差别很大,使初学者难以接受。在教学中融于数学建模思想,不仅可以帮助学生理解矩阵乘法的含义,还可以使学生体会到矩阵的应用价值,增强学生学习线性代数课程的积极性,提高分析问题和解决问题的能力。

一、数学建模思想方法融入高职数学教学的方法概述

数学理论知识来源于日常生活实际。在高职高专的数学教学中融入数学建模思想,就是还原数学知识源于生活的本来面貌。教师应从学生的生活经验和已有的知识背景出发,引出相应的概念和命题,并引导学生利用学到的数学知识解决实际问题,培养学生应用数学知识解决实际问题的能力。具体可以从以下三个方面入手:

(一)在数学概念的引入中融入数学建模的思想
传统的高等数学课程是从概念、定义和公理出

发,在进行一番推理、论证后,导出定理、公式或方法后再来讲应用,学生在学习时往往感到目的性不明确、概念十分抽象,难以接受。如果从实际案例出发,从解决具体问题入手,引入相应的方法和理论,做到有的放矢,针对性强,通过具体、个别的问题了解整体、一般性规律,容易引起学生的兴趣,宜于被学生接受。

(二)在知识的理解中应用数学软件

数学软件具有强大的计算功能、作图功能及仿真功能,它们不仅对于数学建模的求解起着至关重要的作用,在日常的课堂教学中,充分利用数学软件的这些功能可以直观地解释、验证数学命题与定理,从而略去繁琐的推导与证明,这对于数学功底较弱的高职院校的学生具有极其重要的现实意义。

(三)在知识的应用中渗透建模思想

高职教育培养的是技能型、应用型人才,培养学生应用数学知识解决实际问题的能力是高职数学教学的重点内容。在各章节的理论知识学习完后,适当选择一些实际应用问题,引导学生分析,通过抽象、简化、假设、建立数学模型并求解数学模型,达到解决实际问题的目的。这样既让学生体会到了数学

收稿日期:2013-02-21

基金项目:湖北省高等学校省级教学改革研究课题“基于工学结合教育模式的高职数学课程改革研究”(项目编号:2012412)。

作者简介:魏莹(1963-),女,湖北武汉人,副教授,研究方向:应用数学教学与研究。

的用处,培养了学生分析问题、解决问题的能力,又巩固了所学的数学知识。

二、数学建模思想方法融入到矩阵教学的实践

我们对矩阵运算中的难点问题——矩阵的乘法的教学作如下设计。

(一)矩阵乘法的引入

引例“建筑材料的耗用量”

某校明后两年计划修建教学楼与宿舍楼,建筑面积及材料耗用量如表1和表2。求明后两年钢材、水泥、木材三种建筑材料的耗用量。

表1 建筑面积(单位:100m²)

时间	教学楼	宿舍楼
明年	20	10
后年	30	20

表2 材料的平均耗用量(每100m²建筑面积)

	钢材(t)	水泥(t)	木材(m ³)
教学楼	2	18	4
宿舍楼	1.5	15	5

解:将表1和表2分别用矩阵A、B表示,矩阵C表示明年和后年三种建筑材料的总耗用量。即:

$$A = \begin{bmatrix} 20 & 10 \\ 30 & 20 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 18 & 4 \\ 1.5 & 15 & 5 \end{bmatrix}$$

明年钢材的总耗用量等于明年教学楼钢材耗用量与宿舍楼钢材耗用量之和:20×2+10×1.5=55(t),刚好是矩阵A的第一行元素与矩阵B的第一列对应元素的乘积之和;

同理,明年水泥的总耗用量等于矩阵A的第一行元素与矩阵B的第二列对应元素的乘积之和;明年木材的总耗用量等于矩阵A的第一行元素与矩阵B的第三列对应元素的乘积之和;后年钢材的总耗用量等于矩阵A的第二行元素与矩阵B的第一列对应元素的乘积之和……于是所求矩阵C为:

$$C = \begin{bmatrix} 20 \times 2 + 10 \times 1.5 & 20 \times 18 + 10 \times 15 & 20 \times 4 + 10 \times 5 \\ 30 \times 2 + 20 \times 1.5 & 30 \times 18 + 20 \times 15 & 30 \times 4 + 20 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 55 & 510 & 130 \\ 90 & 840 & 220 \end{bmatrix}$$

称矩阵C为矩阵A和矩阵B的乘积。其元素 c_{ij} 是矩阵A的第i行元素与矩阵B的第j列对应元素的乘积之和。

通过求解这个简单的数学问题,引入矩阵乘法的定义,学生就会感到容易接受。

(二)利用数学软件验证矩阵的运算

设有矩阵 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, 分别用笔算

和 Matlab 软件计算: $A+B$, $A-B$, $-5A$, $2A+3B$, A^TB ,

B^TA ,通过两种方法所得结果的比较,更进一步验证矩阵的加法、减法、数乘及乘法运算法则,进一步引申,可让学生思考以下问题:

①运算 A^T+B , B^T-A 有意义吗?两个矩阵相加减,应满足什么条件?

②运算 AB 与 BA 有意义吗?两个矩阵相乘,应满足什么条件?

③观察上述计算结论, A^TB 与 B^TA 相等吗?乘法满足交换律吗?

④归纳矩阵运算满足的运算规律。

通过上述问题的思考与讨论,学生对矩阵运算会有更清晰的认识,并加深记忆。

(三)矩阵乘法的应用举例

矩阵的乘法在生产实际、科学研究和工程开发中都有着广泛的应用,以下仅举一例。

(学生评奖问题)某班有m个学生,分别记为1号,2号,……,m号,该班某学年开设有n门课程,第i号学生第j门课程得分为 a_{ij} ,政治表现得分为 b_i ,体育得分为 c_i (如表3),嘉奖得分为 d_i , a_{ij} 、 b_i 、 c_i 均采用百分制,若学校规定三好考评与奖学金考评办法如下:

表3 学生得分表

学生	课程					政治表现	体育	嘉奖
	1	2	n			
1	a_{11}	a_{12}	a_{1n}	b_1	c_1	d_1
2	a_{21}	a_{22}	a_{2n}	b_1	c_2	d_2
M	M	M	M
m	a_{m1}	a_{m2}	a_{mn}	b_m	c_m	d_m

三好考评按德、智、体分别占25%,60%,15%进行计算,德为政治表现,智为n门课程得分均值,体为体育得分,再加嘉奖分。

奖学金考评按课程得分 a_{ij} 乘以该课程的学分 k_j 计算。试利用矩阵给出每位学生的两类综合考评的得分表。

$$\text{记, } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}, D =$$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad (x_i, y_i \text{ 分别表示 } i \text{ 号}$$

学生三好考评与奖学金考评得分)。

$$\text{由于 } x_i = \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij} \right) \times 60\% + b_i \times 25\% + c_i \times 15\% + d_i$$

$$(i=1, 2, L, m), y_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n k_j a_{ij} (i=1, 2, L, m)$$

$$\text{记 } \bar{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & L & a_{1n} & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & L & a_{2n} & b_2 & c_2 & d_2 \\ M & M & \cdots & M & M & M & M \\ a_{m1} & a_{m2} & L & a_{mn} & b_m & c_m & d_m \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} \frac{6}{10n} \\ M \\ \frac{6}{10n} \\ 0.25 \\ 0.15 \\ 1 \end{bmatrix} n$$

个,则 $X = \bar{A}P, Y = \frac{1}{n}AK$ 。

三、教学思考

通过实际案例引入矩阵乘法的定义,使学生比较顺利地理解了矩阵乘法这个抽象、难懂的运算,突破了线性代数中的一大教学难点,通过软件验证和课堂笔算练习,加深了对矩阵有关运算的认识,通过矩阵乘法的应用举例,进一步认识到了其应用价值,从而更进一步体会到了矩阵乘法的意义。

高职高专学生数学理论功底相对较弱,学习数学中抽象的理论往往感觉困难,将数学建模的思想和方法渗透到日常教学之中,选择贴近于生活实际和专业实际并与学生的知识背景相匹配的案例引入概念,缩小了教学情境与实际生活的差距,激发了学生的学习兴趣;利用数学软件直观地表现数学过程,

帮助学生理解数学知识,同时对于一些基本的运算,可以直接利用数学软件计算,这样可以把学生从繁难的数学计算中解放出来,节省更多的时间运用数学知识去解决一些简单的实际问题,或做更多的创造性工作。将数学建模思想融入到课堂教学中,对培养学生应用数学的能力、创新意识及创新能力具有深远的意义。

参考文献:

- [1] 蔡光兴.线性代数[M].北京:科学出版社,2002:126-143.
- [2] 黎彬,陈小强,李世贵.数学建模思想融于大学数学教学研究与实践[J].重庆科技学院学报(社会科学版),2007,(4):171-172.
- [3] 张丽华.略论如何运用数学软件提升高职数学学科特色[J].长春师范大学学报,2010,(12):103-105.
- [4] 李长明.矩阵乘法的来源与意义[J].贵州教育学院学报,2002,(4):13-15.
- [5] 魏莹.数学建模思想在高职数学教学中的几点应用[J].成功,2010,(8):235-236.
- [6] 李亚强,张先叶.案例教学法在高职数学教学中的应用[J].新课程学习,2011,(2).

[责任编辑:向 丽]

Practice and Some Thoughts on Introducing Ideas of Mathematical Modeling into Matrix Class

WEI Ying

(School of Computer Science and Software Engineering, Wuhan Polytechnic, Wuhan 430074, China)

Abstract: To solve the problem that the concept of matrix multiplication is hard for the students to comprehend, the method of inducing the definition of matrix multiplication from the case, verifying it by mathematical software and finally demonstrating its application value is introduced in this article. It is proved that the process of practice-theory-practice can help to solve the students' uncertainty and tackle the difficulties in teaching.

Key words: ideas of mathematical modeling; matrix multiplication; teaching practice