



曲线拟合在工业机器人关节轨迹规划中的应用与仿真

郭 萍

(武汉交通职业学院 智能制造学院, 湖北 武汉 430065)

摘 要:工业机器人轨迹规划的优劣决定着机器人运行的平滑度、准确性和可靠性等,影响着机器人的控制性能。曲线拟合方法是目前常用的一种工业机器人关节轨迹规划算法,以 SCARA 机器人轨迹规划为研究对象,运用 Matlab 仿真综合比对了多项式曲线拟合、梯形曲线拟合和 S 形曲线拟合的优缺点,为工业机器人轨迹规划的研究提供参考,同时为后续研究机器人轨迹规划优化算法奠定基础。

关键词: 轨迹规划; 曲线拟合; SCARA 机器人

中图分类号: TP242.2

文献标识码: A

文章编号: 1671-931X (2023) 03-0106-07

DOI: 10.19899/j.cnki.42-1669/Z.2023.03.017

一、研究背景

当前,工业机器人已然成为人们生活生产的中坚力量,相比人工生产,其效率和质量都具有明显优势,不仅可以从事单调枯燥的工作,将人类解放出来进而从事更有意义的研究,还可以代替人们在危险的环境中工作,尤其随着人口老龄化逐渐加重,人力成本逐渐增加,工业机器人将会越来越广泛地应用于各行各业中。随着智能制造技术发展,工业机器人的性能也逐渐优化,尤其在机器人运动控制方面,通过应用多种拟合算法和优化算法对机器人的关节轨迹进行规划^[1],可以有效地减少工业机器人各关节位置、速度及加速度的突变,避免剧烈抖动引起位姿误差的增大和关节结构的磨损,从而提高工

业机器人执行任务的精准性和使用寿命^[2]。工业机器人的轨迹规划是研究运动控制的基础,规划算法的好坏决定着跟踪控制精度的高低,影响着任务完成的质量,因此,有必要对工业机器人轨迹规划进行研究。

目前,国内外许多学者已经对工业机器人轨迹规划算法进行了研究,并取得了不少的成果,但少有文章能系统地介绍多种规划算法^[3]。本文依次对多项式曲线拟合、梯形曲线拟合和 S 型曲线拟合算法进行分析和总结,为工业机器人轨迹规划的研究提供参考;并以 SCARA 机器人轨迹规划为例,依次对上述四种曲线拟合算法规划其关节轨迹并进行仿真,并对比说明各个算法的优劣性,为后期工业机器

收稿日期: 2021-10-07

基金项目: 2022 年度湖北省教育厅科研计划项目“SCARA 型装配机器人轨迹规划与仿真研究”(项目编号: B2022590)。

作者简介: 郭萍(1990—),女,湖北襄阳人,武汉交通职业学院智能制造学院讲师,研究方向: 职业教育改革及创新、工业机器人专业建设及课程改革。

人轨迹优化的研究奠定基础。

二、曲线拟合与机器人的轨迹规划的关系

从数学角度而言,曲线拟合是一种数据处理方法,可以将同一平面离散点用一种函数关系表示出来。从工业机器人角度而言,曲线拟合是将工业机器人运动过程中的位置点,通过平滑曲线连接起来形成机器人运动轨迹,是一种规划机器人轨迹的数学方法^[4]。

具体来说,在对工业机器人进行运动控制时,已知末端执行器的起始点、中间点和期望的终点,希望通过轨迹规划控制机器人从起始点,经过中间点运动到终点。一般的处理方法是:先将工业机器人末端执行器的起点、中间点和终点,分别通过逆运动学求解,转换得到每个关节转动的角度;然后在已知各个关节起始点角度、中间点角度和终点角度后,通过拟合算法将这些点平滑的连接起来,即规划出各个关节的运动轨迹;最后,每个关节的共同运动形成末端执行器的运动轨迹^[5]。

以典型的六轴工业机器人为例来展示曲线拟合与机器人的轨迹规划关系,如图1所示。图1中第一列表示末端执行器在笛卡尔空间下的起点、中间点和终点位姿坐标(x, y, z, q_x, q_y, q_z);第二列的六个图分别对应六个关节($q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$)的运动轨迹点,是由第一列三个坐标点通过逆运动学求解得到的;第三列图是六个关节的运动轨迹,是由第二列的轨迹点经过曲线拟合得到的;第四列是末端执行器在笛卡尔空间下的运动轨迹,是六个关节轴按照规划的轨迹运动后形成的实际轨迹。

目前,工业机器人关节空间轨迹规划曲线拟合算法主要有多项式曲线拟合、梯形速度曲线拟合、S型曲线拟合和样条曲线拟合。多项式曲线拟合是工业机器人基本的规划算法;梯形速度曲线拟合和S型曲线拟合算法是多段多项式组合的曲线拟合方法,本文接下来将重点介绍多项式曲线拟合、梯形速度曲线拟合和S型曲线拟合的算法,并分别对机器人的轨迹进行规划和仿真来说明其优缺点。

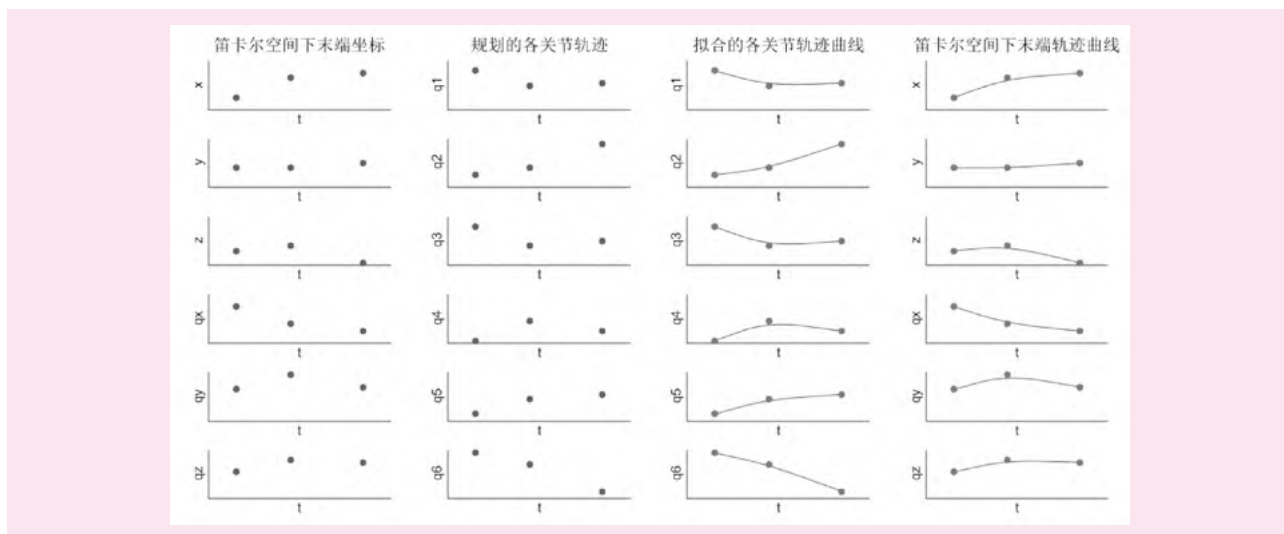


图1 六轴工业机器人中曲线拟合与机器人的轨迹规划关系图

三、曲线拟合在机器人轨迹规划中的应用与仿真

随着机械自动化技术的迅猛发展,SCARA机器人在装配、搬运等领域得到了广泛的应用。SCARA机器人是四轴的机械手,是圆柱坐标型机器人,其运动较其他机器人平稳,在去毛边、磨削或钻孔等精加工作业方面表现非凡^[6]。本文选取SCARA机器人为研究对象,通过多项式曲线,梯形曲线和S曲线对其轨迹进行轨迹规划,并仿真对比这四种曲线拟合

的差别。

(一)SCARA 机器人建模

在对机器人建模时,经常使用标准型DH和改进型DH模型。两种模型对比而言,标准型DH主要应用于串联型机器人,而改进型DH模型适用性较强,可以用于非串联型机器人建模分析^[7]。SCARA机器人由一个移动关节和三个旋转关节组成,本文选择改进型DH模型进行建模分析,并利用Matlab Robotics Toolbox中的Link和Teach函数搭建机器人的三维数学模型。SCARA机器人三维模型

及其运动轨迹如图 2 所示。

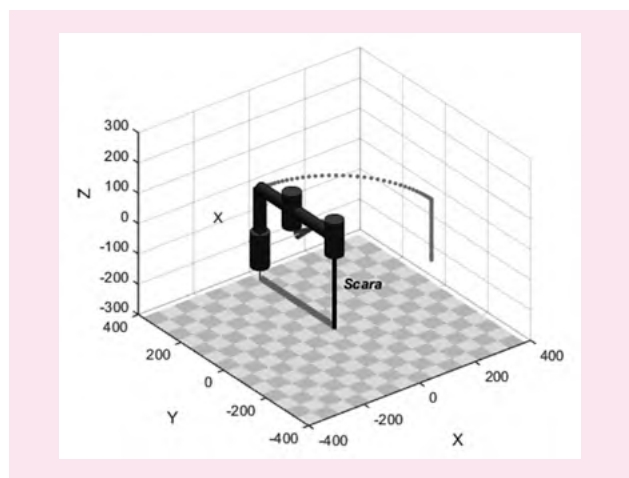


图 2 SCARA 机器人三维模型及其运动轨迹示意图

SCARA 机器人四个关节的起止位置和中间点分别见表 1 所示。

表 1 SCARA 机器人四关节位置图

关节	起始位置	中间位置 1	中间位置 2	中间位置 3	终止位置
q_1	0	0	0	0.5π	0.5π
q_2	0	0	0	0	0
q_3	0	200	0	0	200
q_4	0	-3π	3π	π	0

表 2 多项式曲线拟合

	三次多项式	五次多项式
已知	初始时刻 t_0 , 角位移 θ_0 , 速度为 0 终止时刻 t_f , 角位移 θ_f , 速度为 0	初始时刻 t_0 , 角位移 θ_0 , 速度 $\dot{\theta}_0$, 加速度 $\ddot{\theta}_0$ 终止时刻 t_f , 角位移 θ_f , 速度 $\dot{\theta}_f$, 加速度 $\ddot{\theta}_f$
多项式表达式	$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$	$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$
一次和二次求导	$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2$ $\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3t$	$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4$ $\ddot{\theta}(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3$
已知条件代入三个表达式求得的各个系数表达式	$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = \frac{3(\theta_f - \theta_0)}{t_f^2} \\ a_3 = \frac{-2(\theta_f - \theta_0)}{t_f^3} \end{cases}$	$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = \dot{\theta}_0 \\ a_2 = \frac{\ddot{\theta}_0}{2} \\ a_3 = \frac{20\theta_f - 20\theta_0 - (8\dot{\theta}_f + 12\dot{\theta}_0)t_f - (3\ddot{\theta}_f - \ddot{\theta}_0)t_f^2}{2t_f^3} \\ a_4 = \frac{30\theta_0 - 30\theta_f + (14\dot{\theta}_f + 16\dot{\theta}_0)t_f + (3\ddot{\theta}_0 - 2\ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^4} \\ a_5 = \frac{12\theta_f - 12\theta_0 - (6\dot{\theta}_f + 6\dot{\theta}_0)t_f - (\ddot{\theta}_0 - \ddot{\theta}_f)t_f^2}{2t_f^5} \end{cases}$

(二) 曲线拟合在 SCARA 机器人轨迹规划中的理论应用

1. 多项式曲线拟合

假定给定一个数据集(包括输入值和对应的输出值),且这些数据由一个对应的函数生成,那么多项式曲线拟合问题就是找出一个多项式函数尽可能地描述这些点的关系,即让这些数据点尽可能多地经过这个函数对应的曲线上。三次多项式曲线拟合和五次多项式曲线拟合是工业机器人关节空间中最基本的曲线拟合方法,可以根据已知的初始关节位姿和终止关节位姿求得。

工业机器人关节角度随时间变化的轨迹用三次多项式曲线拟合可表达为: $\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$, 分别对其进行一次和二次求导可得到关节角速度和角加速度的时间函数,此时,如果已知工业机器人各个关节初始和终止的角度以及对应的角速度,将其带入表达式就可以求解得到各项系数;类似的,工业机器人关节角度轨迹的五次多项式表达式为: $\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5$, 要求解出其中的五个系数,除了已知各个关节初始和终止的角度以及对应的角速度,还应知道初始和终止的角加速度。这两种曲线拟合各个系数的求解方法、过程及公式见表 2 所示。

在实际轨迹规划中,已知工业机器人末端执行器初始和终止时的空间位置,通过逆运动学求解得到各个关节的角度值,然后根据实际情况对初始和最终的位置时的速度和加速度进行约束,就可以用三次多项式或五次多项式曲线拟合来规划机器人关节轨迹。

2. 梯形曲线拟合

梯形曲线拟合是加减速轨迹规划,具体来说就是将轨迹分解为加速、匀速、减速三个阶段,此时速度曲线是梯形。少数特殊情况下,运动时间太短,

运动过程中只有加速和减速的情况。以先加速、再匀速、再减速这三个过程的轨迹规划为例,将工业机器人关节角度随时间变化的轨迹分三个阶段,表达式分别设为: $\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$, $\theta(t) = a_0 + a_1t$, $\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$,分别对其进行一次和二次求导可得到关节角速度和角加速度的时间函数,此时,如果已知工业机器人各个关节初始和终止的角度以及对应的角速度、匀速阶段的速度和加减速时间,将其带入表达式就可以求解得到各项系数,见表3所示。

表3 梯形曲线拟合

已知	初始时刻 t_0 ,角位移 θ_0 ,速度为0 终止时刻 t_f ,角位移 θ_f ,速度为0 加速时间、减速时间 T_0		
	加速阶段	匀速阶段,速度 v_m	减速阶段
多项式表达式	$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$	$\theta(t) = a_0 + a_1t$	$\theta(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2$
一次和二次求导	$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t$ $\ddot{\theta}(t) = 2a_2$	$\dot{\theta}(t) = a_1$ $\ddot{\theta}(t) = 0$	$\dot{\theta}(t) = a_1 + 2a_2t$ $\ddot{\theta}(t) = 2a_2$
根据已知条件求得各个系数	$\begin{cases} a_0 = \theta_0 \\ a_1 = 0 \\ a_2 = \frac{v_m}{2T_0} \end{cases}$	$\begin{cases} a_0 = \theta_0 - \frac{v_m T_0}{2} \\ a_1 = v_m \end{cases}$	$\begin{cases} a_0 = \theta_f - \frac{v_m t_f^2}{2T_0} \\ a_1 = \frac{v_m t_f}{T_0} \\ a_2 = -\frac{v_m}{2T_0} \end{cases}$

3.S 型曲线拟合

为了保证速度的连续性,在梯形曲线拟合的基础上,我们进一步将关节两点间的轨迹分成五段进

行轨迹规划,即S曲线拟合。S曲线拟合的五段分别是加加速、加减速、匀速、减加速、减减速,其各个阶段的加速度、速度和位置表达式见表4所示。

表4 S 型曲线拟合

已知	初始时刻 t_0 ,角位移 θ_0 终止时刻 t_f ,角位移 θ_f 速度为 v_m ,总时间 T 加加速、加减速、减加速、减减速时间 T_0 ,斜率大小都为 a_m		
根据已知的五个阶段加速度表达式	$a = \begin{cases} a_m t, (0 \leq t \leq T_0) \\ -a_m(t - 2T_0), (T_0 \leq t \leq 2T_0) \\ 0, 2T_0 \leq t \leq t_f - 2T_0 \\ -a_m(t - t_f + 2T_0), (t_f - 2T_0 \leq t \leq t_f - T_0) \\ a_m(t - t_f), (t_f - T_0 \leq t \leq t_f) \end{cases}$		

五个阶段的速度表达式(对加速度积分)	$v = \begin{cases} \frac{1}{2}a_mt^2, (0 \leq t \leq T_0) \\ -\frac{1}{2}a_m(t-2T_0)^2 + a_mT_0^2, (T_0 \leq t \leq 2T_0) \\ v_m, (2T_0 \leq t \leq t_f - 2T_0) \\ -\frac{1}{2}a_m(t-t_f+2T_0)^2 + a_mT_0^2, (t_f - 2T_0 \leq t \leq t_f - T_0) \\ \frac{1}{2}a_m(t-t_f)^2, (t_f - T_0 \leq t \leq t_f) \end{cases}$
五个阶段的位移表达式(对速度积分)	$s = \begin{cases} \frac{1}{6}a_mt^3, (0 \leq t \leq T_0) \\ -\frac{1}{6}a_m(t-2T_0)^3 + a_mT_0^2t - a_mT_0^3, (T_0 \leq t \leq 2T_0) \\ a_mT_0^2t - a_mT_0^3, (2T_0 \leq t \leq t_f - 2T_0) \\ -\frac{1}{6}a_m(t-t_f+2T_0)^3 + a_mT_0^2t - a_mT_0^2, (t_f - 2T_0 \leq t \leq t_f - T_0) \\ \frac{1}{6}a_m(t-t_f)^3 - 2a_mT_0^3 + a_mT_0^2t_f, (t_f - T_0 \leq t \leq t_f) \end{cases}$

(三) 仿真分析

以 SCARA 机器人轨迹规划为例,各个关节的必经点见表 1 所示,其中 SCARA 机器人第 4 个轴有 5 个目标轨迹点,分别是 $0, -3\pi, 3\pi, \pi, 0$,将第 4 个关

节两点间的运动分别采用三次多项式、五次多项式、梯形和 S 型曲线拟合进行轨迹规划,仿真如图 3~6 所示,图中曲线分别是 SCARA 第四个关节的角度、速度和加速度曲线。

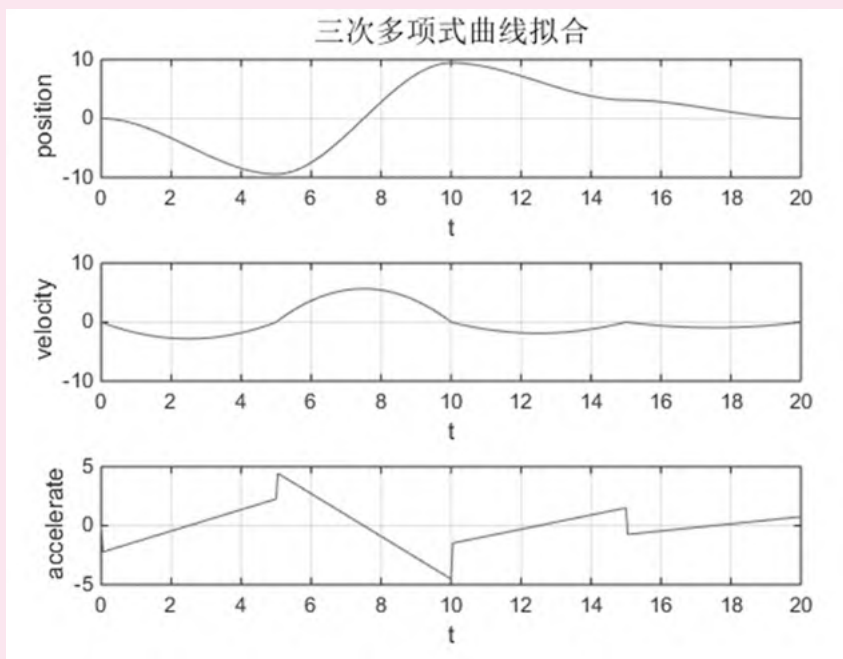


图 3 三项多项式曲线拟合仿真

从仿真图图 3 可以看出,三次多项式曲线拟合时,各个关节的角度和角速度曲线是平滑且连续的,但是加速度不连续、有突变。这样会导致 SCARA 机器人关节在运动时出现抖动,对机械臂产生冲击,主要原因是由于三次多项式没有进行加速度约束,实际求解过程中,三次多项式表达式相对简单,无法约

束加速度。相对于三次多项式,五次多项式曲线拟合(如图 4 所示)增加了初末角加速度约束,其角度和角速度曲线都是连续的,角加速度没有突变,且相对三次多项式会更平滑一些。这样 SCARA 机器人在工作过程中就不会出现加速度突变的问题,提高了运动的平稳性。

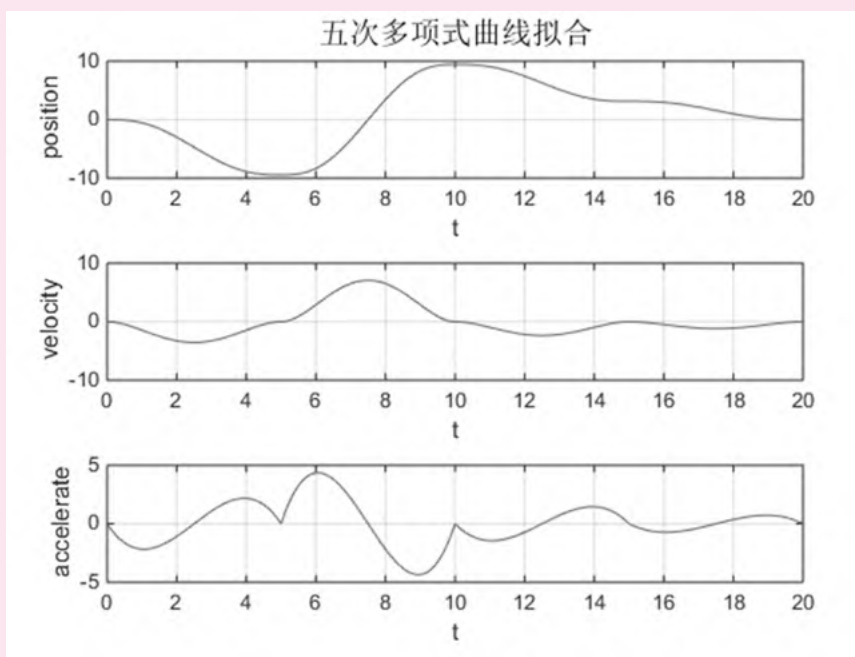


图 4 五次多项式曲线拟合仿真

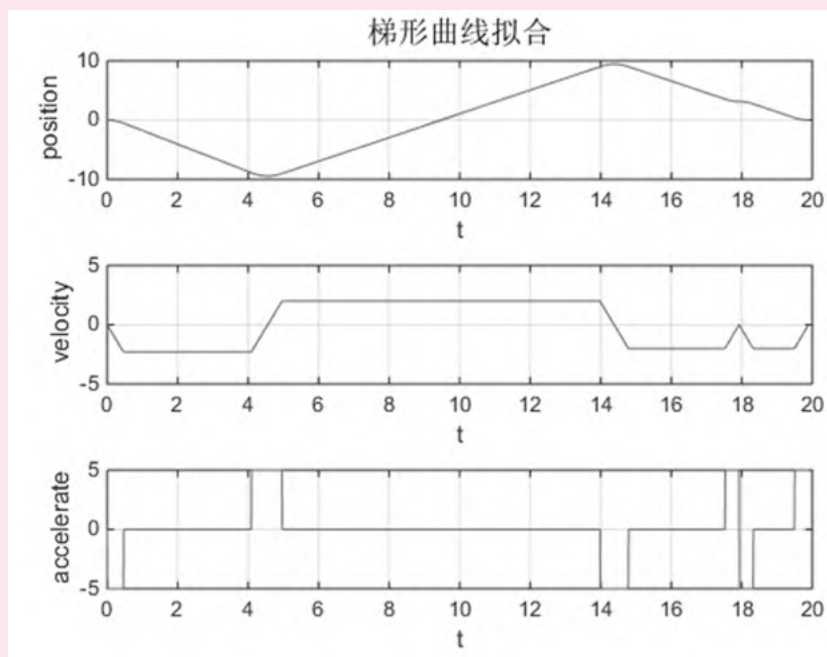


图 5 梯形曲线拟合仿真

以先加速,再匀速,再减速的三段式进行梯形曲线拟合仿真,如图5所示,可以看出,SCARA 机器人角度曲线连续且平滑,速度曲线连续但不平滑,加速度曲线出现跳变,加速度出现无穷大跳变。在实际应用中,会造成 SCARA 机器人运动不平稳,机械臂磨损严重。S 曲线轨迹规划下 SCARA 机器人关节

角度变化平滑,速度连续且平滑的;虽然加速度是连续的,但是不够平滑,加加速度跳变;相对于梯形曲线规划而言,S 曲线拟合的关节角度和速度曲线更平滑,加速度是连续的,实际轨迹控制会更平稳,但是计算量稍大,如图6所示。

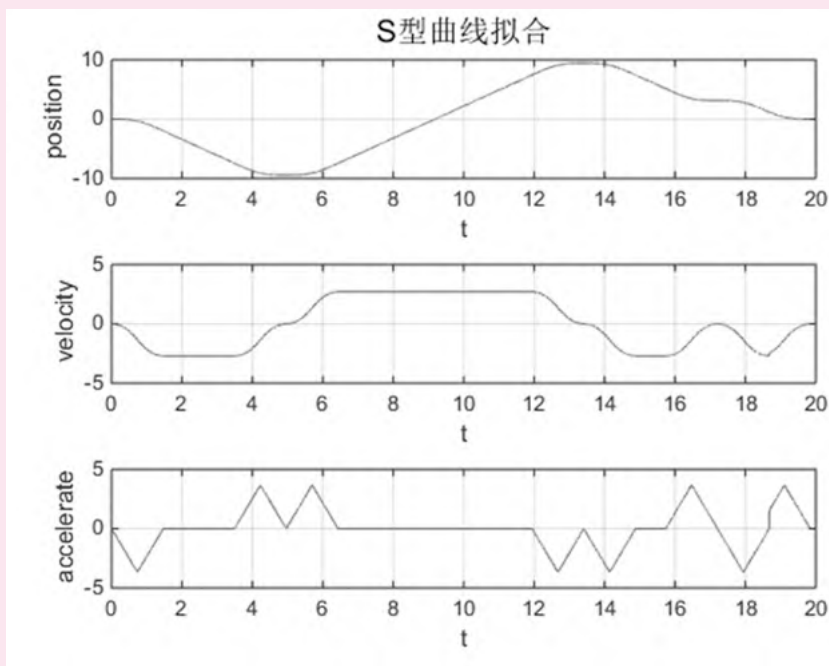


图6 S型曲线拟合仿真

在关节空间的轨迹规划中,结合以上算法原理及仿真过程综合分析,可以得出以下结论:一是多项式曲线规划中的三次多项式曲线拟合表达式简单,计算量小,但是加速度会突变,对机器人的控制而言,存在振动和冲击,不适合连续轨迹的控制,适合简单的慢速的点点到点运动控制;五次多项式表达式阶次高、计算量稍大,但是加速度不会突变,减少了机器人运动过程中的抖动,定位精度更高,适合高速的点点到点运动控制。以上两种多项式曲线拟合方法都不能保证加加速度的连续,如果要保证加速度的连续,需要更高阶次的方程来进行拟合,但表达式相对较复杂,计算量更大;二是梯形曲线拟合表达式相对简单,计算量不大,但是相对于多项式而言,其角度、角速度和角加速度的轨迹不够平滑,尤其在中间点处的速度和加速度的平滑度较低,给机械臂造成较大的冲击,比较适合用于低速度、经济型的控制中;三是S型曲线拟合相对于梯形曲线拟合较柔

顺,但表达式比较复杂,分段较多,计算量大,并且由于该算法是分段式加减速形式,在具体应用时会带来机械臂的频繁启停问题,并不实用,需要进一步改进。

四、结论

本文以 SCARA 钻孔机器人的工作轨迹规划为例,探究多项式曲线拟合、梯形曲线拟合和S型曲线拟合在工业机器人轨迹规划中的应用,最后通过 Matlab 仿真进行验证并对比说明各个算法的优缺点,为工业机器人轨迹规划的研究提供参考,同时为后期优化机器人轨迹规划奠定了基础。

参考文献:

- [1] 郭勇,赖广.工业机器人关节空间轨迹规划及优化研究综述[J].机械传动,2020(02):154-165.
- [2] 韩顺杰,单新超,于爱君,等.基于改进粒子群算法的工业机器人轨迹规划[J].制造技术与机床,2021(04):9-14.

- [3] 龙樟,李显涛,帅涛,等.工业机器人轨迹规划研究现状综述[J].机械科学与技术,2021(06):853-862.
- [4] 陈雨,张晋轩.曲线拟合的机械臂避障轨迹规划及仿真分析[J].组合机床与自动化加工技术,2021(09):162-164.
- [5] 张秀林.六关节机械臂的轨迹规划[J].机械制造,2021(03):69-72+92.
- [6] 杨明,张如昊,张军,等.SCARA四轴机器人控制系统综述[J].电气传动,2020(01):14-23.
- [7] 彭光宇,董洪波,马斌.两种DH模型的机器人运动学建模对比研究[J].机械研究与应用,2019(06):62-65.
- [责任编辑:卢艳红]

Application and Simulation of Curve Fitting in Joint Trajectory Planning of Industrial Robot

GUO Ping

(School of Intelligent Manufacturing, Wuhan Technical College of Communications, Wuhan, Hubei, 430065, China)

Abstract: The trajectory planning of industrial robots determines the smoothness, accuracy and reliability of the robot operation, and affects the control performance of the robot. At present, curve fitting method is a common industrial robot joint trajectory planning algorithm. Based on the SCARA robot trajectory planning as the research object, this paper uses the Matlab simulation to comprehensive contrast the advantages and disadvantages of polynomial curve fitting, trapezoidal curve fitting and S type curve fitting, in order to provide reference for the research of industrial robot trajectory planning and lay the foundation for the research of trajectory planning optimization algorithm.

Key words: trajectory planning; Curve fitting; SCARA robot